解　説

計算論的メカニズムデザイン

伊藤 孝行

計算論的メカニズムデザインは，分散された個人情報を持つ自律的意思決定主体（エージェント）の社会的決定と，計算量や通信コストといった計算機科学の概念を同時に扱う新しい分野である．ミクロ経済学やゲーム理論の概念及び知識と，マルチエージェントシステムや計算機科学の概念及び知識が必要となる．さらに，計算論的メカニズムデザインは，理論からダイレクトに応用が可能な分野の一つである．本解説では，古典的メカニズムデザインの基本概念を概説した後，組合せオークションなどの計算論的メカニズムデザインの基本問題を解説する．その後，現在，計算論的メカニズムデザインの分野で注目されている課題やテーマについて紹介する．

Computational Mechanism Design is a new field which combines social choice among agents who has private information and computer science concepts like computational costs and communication costs. We need knowledge for micro economics and game theory and knowledge for multi-agent systems and computer science. Further, Computational Mechanism Design is one of the possible studies which can be applied to real applications directy. In this paper, classic mechanism design concepts are reviewed. Then, the basic computational mechanism design problems like combinatorial auctions are shown. Finally, the state of art themes and issues in computational mechanism design are introduced.

1　はじめに

計算論的メカニズムデザイン [12] [39] [49] は，分散された個人情報を持つ自律的意思決定主体（エージェント）の社会的決定と，計算量や通信コストといった計算機科学の概念を同時に扱う新しい分野である．例えば，電子市場や自動交渉システムを構築するために，各エージェントのインセンティブ，計算量，通信コストなどの制約をもとに，理論的に望ましいプロトコルやメカニズムを設計する．

マルチエージェントシステムの分野でも，古くからゲーム理論やメカニズムデザインを用いて多くのエージェントの交渉や協調の理論が提案されている．計算論的メカニズムデザインは，マルチエージェントシステムの交渉や協調の計算モデルの理論的アプローチの一つであると言える．さらに，計算論的メカニズムデザインは，古典的なメカニズムデザインでは扱わない概念，もしくは，計算量やネットワークの通信コストといった計算機科学の問題意識を取り入れている．

メカニズムデザイン（制度設計理論）は，ミクロ経済学やゲーム理論の分野の一つである．メカニズムデザインの分野では，最近（2007 年）に Leonid Hurwicz，Eric Maskin，及び Roger Myerson がノーベル賞を受賞しており，注目を集めている．メカニズムデザインは，逆ゲーム理論（inversed game theory）と考えることもできる．すなわち，ゲーム理論ではルールが与えられた上で結果を分析するが，メカニズムデザインではある望ましい結果を得ることができるようなルールを設計する．メカニズムは，個人的な情報を持つ利己的なエージェントが，集団としての意思決定をするためのルールやプロトコルである．ここでは，プライバシーを守りながら，システムとしていか

Computational Mechanism Design

Takayuki Ito, 名古屋工業大学大学院産業戦略工学専攻／情報工学科, School of Techno-Business Administration/Dept. of Computer Science, Nagoya Institute of Technology.

コンピュータソフトウェア, Vol.16, No.5 (1999), pp.78–83.
[特集解説論文] 1999 年 8 月 3 日受付.

にして望ましい解を実現するかが課題である．本稿では，計算機科学の問題意識を取り入れていないメカニズムデザインを，古典的メカニズムデザインと呼ぶ．

計算論的メカニズムデザインでは，古典的メカニズムデザインに対して，計算機科学の問題意識や計算機科学のアプローチを取り入れる．例えば，マルチエージェントシステムにおいて，利己的なエージェントを仮定する状況では，システムとして全体を制御するために最低限のルールやプロトコルを設計する必要がある．設計されるルールやプロトコルは，なんらかの望ましい理論的性質を持つべきであり，古典的メカニズムデザインの理論を応用することができる．また，電子市場の設計や電子制度の設計においては，古典的なメカニズムデザインを理論的ツールとして用いながら，実装において計算アルゴリズムや暗号化などの技術と効果的に融合することが必要となる．さらに，古典的なメカニズムデザインの解概念は，計算機科学が当然問題としているような計算量の問題などがほとんど反映されていない．そこで古典的メカニズムデザインにおける解概念に対する計算量の分析や近似アルゴリズムの設計も行われている．

本解説では，古典的メカニズムデザインの基本概念を概説した後，組合せオークションなどの計算論的メカニズムデザインの基本問題を解説する．その後，現在，計算論的メカニズムデザインの分野で，ホットなトピックとなっている問題について紹介する．第２章では，古典的メカニズムデザインの基本概念として，望ましい社会的選択の性質と，一般的な解概念を概説する．第３章では，古典的メカニズムデザインの中心的なメカニズムである VCG メカニズムについて解説する．第４章では，計算論的メカニズムデザインの初期の成果である組合せオークションに関する基本問題を解説する．第５章では，最近の話題について概説する．最後に第６章で本解説をまとめる．

2 メカニズムデザイン

2.1 準備

エージェントの集合を $N=\{1,2,\ldots\}$（$|N|=n$）とする．エージェントは期待効用を最大化する．各エージェントは選好に関する個人情報 $\theta_i \in \Theta_i$ を持つ．θ_i はタイプと呼ばれる．メカニズムが社会的選択を行う対象となる代替案の集合を $A=\{a,b,\ldots\}$ とする．タイプ θ_i のエージェント i は，代替案 $a \in A$ に対する価値 $v_i(a,\theta_i) \in \mathbb{R}$ を持つとする．本稿では個人価値を仮定する．すなわち，エージェント i の価値 v_i は i のタイプ θ_i のみに依存する．代替案 a の価格を p とすると，エージェント i は式 (1) の準線形効用を持つと仮定される．

$$u_i(a,p)=v_i(a,\theta_i)-p \tag{1}$$

例えば，$u_i(a,\theta_i)>u_i(b,\theta_i)$ の時，エージェント i は，b より a を好む．

準線形効用の仮定では，予算制限はなく，リスク中立が仮定されている．最近，予算制約を考慮に入れた効用関数 [3] 等，異なる効用関数に基づく研究も多く見られる．また，個人価値の仮定についても，相互依存する価値に基づく効用関数 [29] [22] 等，異なる価値モデルの仮定も多く見られる．

2.2 望ましい社会選択

メカニズムデザインの目的は，エージェント間の相互作用から，望ましい性質を持つ均衡点を実現できるようなメカニズムを設計することである．望ましい性質は**社会選択関数 (Social choice function)** によって定義される．この時，メカニズム M が社会選択関数 f を遂行（Implement）すると言う．

定義 1(**社会選択関数**) 社会選択関数 $f:\Theta \rightarrow A$ は，与えられた $\theta=(\theta_1,\ldots,\theta_n)$ に対して代替案 $f(\theta) \in A$ を選択する．

$\Theta=(\Theta_1 \times \ldots \times \Theta_n)$（結合タイプ空間）とする．すなわち，社会選択関数 f は，タイプベクトル $\theta=(\theta_1,\ldots,\theta_n)$ に対して，ある代替案 a を選択するような関数である．以下に社会選択関数 f に関して，一般的に望ましい性質をいくつか紹介する．

【パレート最適】

定義 2（**パレート最適（パレート効率）**）$\theta=(\theta_1,\ldots,\theta_n)$ と $f(\theta) \neq a'$ に対して，式 *(2)* が成立するとき，社会選択関数 $f(\theta)$ の選択はパレート最適である．

$$u_i(a',\theta_i)>u_i(a,\theta_i) \Rightarrow \exists j \in N\ u_j(a',\theta_j)<u_j(a,\theta_j) \tag{2}$$

直感的に言えば，パレート最適でない選択には，誰もが幸せになり得る他の選択がまだ存在する．パレート最適な選択では，誰かを幸せにしようとして他の選択をすると，他の誰かが不幸せになる．ケーキを分けようとしたとき，ケーキ全体を全員に分けるのはパレート最適である．ケーキの一部を誰にも割り当てずに残し，その他の部分だけを全員に分ける配分は，パレート最適ではない．割り当てられずに残ったケーキを，その中の誰かに与えても，誰も不幸にならない[†1]

【社会効用の最大化】

定義 3（**社会効用の最大化**）式 *(3)* に示すように，効用の総和を最大化する．

$$f(\theta) = \max_{a \in A} \sum_{i \in N} u_i(\theta_i, a) \tag{3}$$

【収益最大化（ある一人のエージェントの効用の最大化）】

社会全体の効用の最大化とは違った観点で，ある一つエージェントの効用の最大化も望ましい性質である場合もある．例えばオークションでは，オークショニア（売る側）の効用の最大化，すなわち収益の最大化も望ましい性質の一つである．

2.3 直接顕示メカニズム

メカニズムは，直接顕示メカニズム（Direct Revelation Mechanism）と間接顕示メカニズム (Indirect Revelation Mechanism) に分けることができる．本節では直接顕示メカニズムについて説明する．直接顕示メカニズムは，各エージェントが自分のタイプを直接メカ二ズムに表明するメカニズムである．直接顕示メカニズム $\mathcal{M}$ は，$\mathcal{M} =< g, p >$ と定義される．ここで，$g : \Theta \to A$ は選択ルール（choice rule）であり，$p : \Theta \to \mathbb{R}^n$ は支払いルール（payment rule）である．$\Theta = (\Theta_1 \times \ldots \times \Theta_n)$（結合タイプ空間）とする．直接顕示メカニズムは、各エージェント i から直接 θ_i を受け取り，代替案 $g(\theta)$ を選択し（結果：outcome），各エージェント i の支払額 $p_i(\theta)$ を決定する（支払額：Payment）．

直接顕示メカニズムでの重要な解概念として，支配戦略均衡（Dominant Strategy Equilibrium）とベイジアンナッシュ均衡（Bayesian Nash Equilibrium）がある．

定義 4【支配戦略均衡】戦略プロファイル[†2] s^* は式 *(4)* が成立する時，メカニズム $\mathcal{M} =< g, p >$ において支配戦略均衡であるという．

$$u_i((s_i^*, s_{-i}), (\theta_i, \theta_{-i})) \geq u_i((s_i', s_{-i}), (\theta_i, \theta_{-i})) \tag{4}$$
$$\forall i, \forall \theta_i, \forall s_i' \neq s_i^*, \forall \theta_{-i}, \forall s_{-i}$$

支配戦略均衡は，強い均衡概念である．すなわち，エージェント i は，他のエージェントがどのような戦略を取り，どのようなタイプであったとしても，戦略 s_i^* を取ることで，効用を最大化できる．

ここで，$s_{-i} = (s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$ を意味する．また，$\theta_{-i} = (\theta_1, \ldots, \theta_{i-1}, \theta_{i+1}, \ldots, \theta_n)$ を意味する．以上のような記法は，メカニズムデザインの分野では一般によく使われる．

より緩和された均衡概念としてベイジアンナッシュ均衡（Bayesian Nash Equilibrium）がある．ベイジアンナッシュ均衡では，各エージェントが他のエージェントのタイプに関する共有事前確率分布（Common Prior），$F(\theta)$，を持っていると仮定される．すなわち，エージェントのタイプが $F(\theta)$ に従って分布しているという意味である．

定義 5【ベイジアンナッシュ均衡】戦略プロファイル s^* は，式 *(5)* が成立する時，メカニズム $\mathcal{M} =< g, p >$ においてベイジアンナッシュ均衡であるという．

$$Eu_i((s_i^*, s_{-i}^*), (\theta_i, \theta_{-i})) \geq Eu_i((s_i', s_{-i}^*), (\theta_i, \theta_{-i})) \tag{5}$$
$$\forall i, \forall \theta_i, \forall s_i' \neq s_i^*$$

ここで Eu_i は，タイプの分布が $F(\theta)$ である場合のエージェント i の期待効用を表す．ベイジアンナッシュ均衡では，各エージェントは，他のエージェントのタイプの分布が与えられ，かつ，他のエージェントが期待効用を最大化する戦略を取ると仮定した上で，自らの期待効用を最大化する戦略を取る．

†1 ただしこの場合，最初に割り当てられずに残ったケーキが大きいと，その残ったケーキをもらえなかった人は，もらった人をうらやましがる（envy）かもしれない．envy がなく，パレート最適な割当は fair な割当と呼ばれる．

†2 戦略の組合せ

2.4 間接顕示メカニズム

本節では間接顕示メカニズムについて紹介する．間接顕示メカニズムでは，エージェントは複数のメッセージを申告することができる．従って，申告するメッセージはそのタイプだけとは限らない．例えば，英国式オークションでは，提示されている価格に基づいて入札する額を決定し（タイプとは限らない），その入札額をメッセージとして何度も申告する．すなわち，間接顕示メカニズムでは，戦略 $s_i(\theta_i) \in \Sigma_i$ は，タイプ θ_i とメカニズムから得られる情報に基づいて，エージェント i が申告するメッセージを決定する．間接顕示メカニズム $\mathcal{M}$ は，$\mathcal{M} =< \Sigma, g, p >$ と定義される．ここで $\Sigma = \Sigma_1 \times \ldots \times \Sigma_n$（結合戦略空間）とする．$g : \Sigma \rightarrow A$ は選択ルール（choice rule）である．$p : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}^n$ は支払いルール（payment rule）である．直接顕示メカニズムと比較して，選択ルールと支払いルールが，タイプではなく，戦略に基づいて，代替案を選択し支払い額を決定する点が特徴である．

間接顕示メカニズムに関する均衡概念として，事後ナッシュ均衡（ex post Nash equilibrium）がある．

定義 6【事後ナッシュ均衡】戦略プロファイル s^* は，式（*6*）が成立する時，メカニズム $\mathcal{M} =< \Sigma, g, p >$ において，事後ナッシュ均衡であるという．

$$u_i((s_i^*, s_{-i}^*), (\theta_i, \theta_{-i})) \geq u_i((s_i', s_{-i}^*), (\theta_i, \theta_{-i})) \quad (6)$$
$$\forall i, \forall \theta_i, \forall s_i' \neq s_i^*, \forall \theta_{-i}$$

事後ナッシュ均衡では，各エージェントは，他のエージェントが合理的な戦略を取るなら，他のエージェントのタイプに関わらず，合理的な選択を取ることが最適である．事後ナッシュ均衡は，任意のタイプの分布で成立するベイジアンナッシュ均衡である．直接顕示メカニズムでは，事後ナッシュ均衡は，支配戦略均衡と同一である．

2.5 遂行，誘因両立メカニズム，及び顕示原理

古典的メカニズムデザインの重要な基本原理として，顕示原理（Revelation Principle）がある．顕示原理を説明するためにいくつかの定義を示す．

定義 7【遂行 *(Implement)*】支配戦略均衡（もしくはベイジアンナッシュ均衡）における戦略プロファイル s^* と，社会選択関数 $f : \Theta \rightarrow A$ に関して，$f(\theta) = g(s^*(\theta))$ なら，メカニズム $\mathcal{M} =< g, p >$ は社会選択関数 f を支配戦略均衡（ベイジアンナッシュ均衡）で遂行する（*Implement*）と言う．

ある社会選択関数を支配戦略均衡で遂行するメカニズムは，ベイジアンナッシュ均衡で遂行するメカニズムより頑健である．また，支配戦略均衡では，エージェントの最適戦略は他のエージェントの戦略とは無関係なので，計算量的にも望ましい．

定義 8【支配戦略誘因両立メカニズム】戦略 $s^*(\theta_i) = \theta_i$ が支配戦略均衡である時，メカニズム $\mathcal{M} =< g, p >$ は支配戦略誘因両立メカニズム *(Dominant Strategy Incentive Compatible Mechanism)* であると言う．

支配戦略誘因両立メカニズムは，戦略的操作不可能（Non manipulative; Strategy-proof; Truthful）メカニズムとも呼ばれる．

定義 9【ベイジアンナッシュ誘因両立メカニズム】戦略 $s^*(\theta_i) = \theta_i$ がベイジアンナッシュ均衡である時，メカニズム $\mathcal{M} =< g, p >$ はベイジアンナッシュ誘因両立メカニズム *(Bayesian Nash Incentive Compatible Mechanism)* であると言う．

顕示原理は，誘因両立なメカニズムに関する原理である．

命題 1【顕示原理】支配戦略均衡（もしくはベイジアンナッシュ均衡）で社会選択関数 f を遂行する任意のメカニズム $\mathcal{M}$ は，同じ社会選択関数 f を遂行する支配戦略誘因両立（もしくはベイジアンナッシュ誘因両立）な直接顕示メカニズム $\mathcal{M}'$ に変形することが可能である．

証明は比較的シンプルなので，文献[31] などを参考にしてほしい．

任意のメカニズム $\mathcal{M}$ において戦略プロファイル s^* で均衡するとする．すなわち，$\mathcal{M}$ では，エージェントは自分のタイプをもとになんらかの戦略をとることで，均衡が得られる．ここで，別のメカニズム $\mathcal{M}'$ を考える．メカニズム $\mathcal{M}'$ は，メカニズム $\mathcal{M}$ の全体をシミュレートできる．エージェントは，$\mathcal{M}'$ が $\mathcal{M}$ を正しくシミュレートできるように，自分の真のタイプをメカニズム $\mathcal{M}'$ に申告するとする．正しくシミュレートするということは，戦略プロファイル s^* で均衡するようにするということである．

顕示原理は，理論的な研究には極めてインパクトの強い原理である．なぜなら，顕示原理によって，理論的な研究では，誘因両立かつ直接顕示メカニズムにのみ焦点を当てることで，任意のメカニズムを対象とすることと，理論的には同等になったからである．一方，顕示原理によって，直接顕示メカニズムの中で行われる複雑な計算過程および計算量については焦点が当てられなかった．

2.6 具体例：英国式オークションと Vickrey オークション

本節では，直接顕示メカニズム，間接顕示メカニズム，および顕示原理に関する具体例を示す．

まず，英国式オークションは間接顕示メカニズムの一つである．なぜなら，エージェントは自分のタイプを一度で直接申告するわけではない．自分のタイプに基づいた様々な戦略が可能である．また，Vickrey オークション（第２価格秘密入札オークション）は直接顕示メカニズムの一つである．なぜなら，エージェントは自分のタイプを一度に申告する．

Vickrey オークションは，支配戦略誘因両立メカニズムである．すなわち，エージェントは真のタイプを申告することが支配戦略である．一方，英国式オークションは事後ナッシュ均衡を持つ．「自分の持つ価値 v よりも現在の提示価格 (ask price)p が低ければ，その価格よりも少し増分した価格 $p+\gamma$ を入札する」戦略を正直な戦略（straightforward strategy）とする．あるエージェントにとって，他のエージェントが正直な戦略をとるなら，自分も正直な戦略をとることで効用を最大化することができ，事後ナッシュ均衡である．

直接顕示メカニズムの支配戦略均衡と間接顕示メカニズムの事後ナッシュ均衡の違いを以下に説明する．Vickrey オークションでは，他のエージェントがどんな戦略をとったとしても，真のタイプを申告することが効用を最大化する戦略である．一方，英国式オークションでは，他のエージェントがどのような戦略をとるかによって（すなわち，他のエージェントが提示する情報によって），正直な戦略は効用を最大化する戦略ではなくなる場合がある[†3]．

顕示原理の例として，事後ナッシュ均衡を遂行する間接顕示メカニズム（英国式オークション）が支配戦略均衡を遂行する直接顕示メカニズム（Vickrey オークション）に変形可能であることを示す．英国式オークションでは，正直な戦略によって事後ナッシュ均衡を得ることができる．ある新しいメカニズム $\mathcal{M}$ を考え，$\mathcal{M}$ では英国式オークションをシミュレートし，エージェントは自分のタイプを入力する．$\mathcal{M}$ は，エージェントの真のタイプに基づいて，英国式オークション内の正直な戦略をシミュレートする．このため，エージェントは真のタイプを申告するべきである．$\mathcal{M}$ では，一番高いタイプを入力したエージェントが，２番目の価格 $+\alpha$ で落札することになる．ここで，$\mathcal{M}$ は Vickrey オークションであり，真のタイプを申告することが支配戦略（支配戦略誘因両立）である．すなわち，事後ナッシュ均衡を遂行する間接顕示メカニズムは，支配戦略均衡を遂行する直接顕示メカニズムに変形することが可能である．

以上は実際的にも行われている．Yahoo! Auctions や eBay の英国式オークションのプロキシ入札がある．そこでは，入札者はプロキシに自分の支払い可能価格を与える（直接顕示メカニズム）．そして，プロキシ同士が自動的に英国オークションを行う．全体としてみれば，入札者は，自分の真の値のみを申告している．そして，プロキシによるオークションシステムが英国式オークション（間接顕示メカニズム）をシミュレートしていることになる．

3 重要なメカニズム

3.1 メカニズムに望ましい性質

メカニズムデザインでは，メカニズムが，その均衡点において，どのような性質の社会選択関数を遂行（Implement）できるか，に注目する．メカニズムが均衡点にて遂行する社会選択関数が備える望ましい性質には，(配分）効率性，予算均衡，個人合理性な

†3 例えば，あるエージェント i が正直な戦略を取っていても，他の非合理的なエージェントが「もし誰かが１０円をつけたらいきなり１０００００円をつける」などの非合理的な戦略を取っていた時，i にとって正直な戦略を取ることは効用を最大化できない．

どがある．

【効率性（Efficiency）】

すべての $x' \in A$ に関して，式（7）が成立する時，社会選択関数 $f(\theta) = (x(\theta), t(\theta))$ は効率的 (efficient) と言う．

$$\sum_{i \in N} v_i(x(\theta), \theta_i) \geq \sum_{i \in N} v_i(x', \theta_i) \tag{7}$$

配分（Allocation）の分野では，上記を配分効率的（allocative efficiency）と言う．

【予算均衡（Budget Balanced）】

式（8）が成立する時，社会選択関数 $f(\theta)$ は予算均衡 (Budget Balanced）と言う．

$$\sum_{i \in N} p_i(\theta) = 0 \tag{8}$$

式（9）が成立する時は，弱予算均衡である．

$$\sum_{i \in N} p_i(\theta) \geq 0 \tag{9}$$

【個人合理性（Individual Rationality)】

式（10）が成立する時，社会的選択関数 $f(\theta)$ は個人合理性（Individual Rationality）を満たすと言う．

$$Eu_i(f(\theta_i, \theta_{-i})) \geq E\hat{u}_i(\theta_i) \tag{10}$$

すなわち，メカニズムに参加しなかった場合の期待効用 $E\hat{u}_i$ よりも，参加した場合の期待効用の方が大きい．

3.2 Groves のメカニズム

Groves [19] のメカニズムは支配戦略誘因両立メカニズムである．Groves のメカニズムの選択ルールは式（11）で定義される．

$$g(\theta) = \arg\max_{a \in A} \sum_i v_i(a, \theta_i) \tag{11}$$

支払いルールは式（12）で定義される．

$$p_i(\theta) = h_i(\theta_{-i}) - \sum_{j \neq i} v_j(g(\theta), \theta_j) \tag{12}$$

ここで，$h_i : \Theta_{-i} \to \mathbb{R}$ は i の他のエージェントの申告に関する任意の関数である．

Groves のメカニズムが支配戦略誘因両立，すなわち真のタイプを申告することが支配戦略であることを示す．エージェント i の申告するタイプを $\hat{\theta}_i$ とする．その他のエージェントの申告するタイプを $\hat{\theta}_{-i}$ とする．エージェント i の得る効用は，式（13）で表される．

$$u_i(\hat{\theta}_i) = v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) - p_i(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}) \tag{13}$$

式（12）より，

$$\begin{aligned} u_i(\hat{\theta}_i) &= v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) - \{h_i(\hat{\theta}_{-i}) - \sum_{j \neq i} v_j(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_j)\} \\ &= v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_j) - h_i(\hat{\theta}_{-i}) \end{aligned} \tag{14}$$

$h_i(\hat{\theta}_{-i})$ は，自分の申告 $\hat{\theta}_i$ には関係しない．そこで，エージェント i は，自分の効用を最大化するためには，上の式（14）の中の以下の式（15）の部分を最大化したい．

$$v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_j) \tag{15}$$

自分の申告 $\hat{\theta}_i$ が影響するのは，$g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i})$ の部分のみである．すなわち，エージェント i ができることは，自分の申告 $\hat{\theta}_i$ によって，メカニズムの代替案の選択に影響を与えることのみである．

一方メカニズムは，式（11）より $\sum_i v_i(a, \hat{\theta}_i)$ を最大化するような代替案 a を選択する．式（11）を変形すると，メカニズムは式（16）を最大化することと同じになる．ここで $g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}) = a$ である．

$$v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_j) \tag{16}$$

エージェント i は式（15）を最大化したい．一方メカニズムは式（16）を最大化する．従って，エージェント i が $\hat{\theta}_i = \theta_i$ と申告することで，メカニズムは $v_i(g(\theta_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\theta_i, \hat{\theta}_{-i}), \hat{\theta}_j)$ を最大化する．すなわち，これは $\hat{\theta}_i = \theta_i$ の時の式（14）を最大化することになる．従って，エージェント i にとって真のタイプ θ_i を申告することが支配戦略となる．

3.3 VCG メカニズム

VCG メカニズム [50] [5] [19] は，Groves のメカニズムの支払いルールの式（12）の $h_i(\theta_{-i})$ を式（17）のように定義したメカニズムである．

$$h_i(\theta_{-i}) = \sum_{j \neq i} v_j(g(\theta_{-i}), \theta_j) \tag{17}$$

VCG メカニズムで決定される支払額は迷惑料とも言える．あるプレイヤ i の支払額は，i が存在することによる，他のプレイヤたちの取り分の減少分と言える．

VCG メカニズムは Groves のメカニズムの一つであり，Groves のメカニズムと同様の理由で支配戦略

誘因両立なメカニズムである．VCG メカニズムは，効率性と個人合理性を満たす．また，ある条件†4のもとで，弱予算均衡を満たす．VCG メカニズムの一番シンプルな例は第 2 価格オークションである．第 2 価格オークションでは，1 番高い価値 (v) を持つエージェントが 2 番目の価格 (p) で財を落札することから，$v \geq p$ なので個人合理性が満たされる．また，支払額も $p \geq 0$ なので弱予算均衡である．

4 計算論的メカニズムデザイン

4.1 マルチエージェントの観点

マルチエージェントシステムの分野では，早くからエージェントを経済的合理性を持つ主体として定義する経済学的アプローチ [44] が多く見られた†5．また，分散システムの制御などに関連して，市場のメカニズムを用いたアプローチも多く存在した．市場指向プログラミング [51] というパラダイムでは，均衡という概念によって，分散最適化アルゴリズムを実現した．市場や均衡という概念が極めて強力なツールであることが認識された．そして，主にゲーム理論のツールを用いて，エージェント間の交渉や協調が理論的に解析された [43] が，計算量や通信コストなどの計算論的な課題は後回しにされた．

ミクロ経済学の古典的なメカニズムデザイン理論では，顕示原理が中心原理に据えられた．顕示原理は理論的には極めて重要なツールであり，古典的なメカニズムデザインの研究ではほとんどが仮定している原理である．なぜなら，顕示原理によって，直感的には，直接顕示メカニズムのみに注目すれば良いとされる．しかし，実際には，顕示原理を仮定することは，無限の計算パワーが仮定されている．具体的には，まず，エージェントがその効用に関して，完全に知ることができ，また完全に通信できることが仮定されている，次に，メカニズムがシステムにおける完全情報に基づいた正しい結果を計算できることが仮定されている．

メカニズムにおいて計算機科学の観点からの課題を挙げるとすると以下がある．

1. （価値形成）エージェントがエージェント自身の価値を決めるにはどのくらいの計算量が必要か．コンパクトに好みを表現するための言語は作成できるか.
2. （戦略決定）均衡を実現するようなエージェントの戦略を実現するには何が必要か.
3. (勝者決定) エージェントの申告した情報に基づいて，勝者を決定するためにはどれくらいの計算量が必要か．どの程度の高速かつ高精度な近似アルゴリズムが実現できるか.
4. (通信量）エージェント同士，メカニズムとエージェントの間で実際にはどの程度の計算が必要か.

さらに，分散コンピューティングの導入，抽象的なメカニズムの具体化，動的なメカニズムの設計，セキュアなメカニズムの設計など多くの課題やアプローチが提案されている．

マルチエージェントの分野や計算論的メカニズムデザインの分野で最初に最も注目が集まったのは，勝者決定アルゴリズムである．組合せオークションの勝者決定アルゴリズムは NP 困難な問題として知られている．そして，複数財を対象とした割当てメカニズムである VCG メカニズムは，勝者を決定するため，及び，支払額を計算するために，勝者決定問題を何度も解く必要があることが知られている．以上のような背景から，組合せオークションの勝者決定アルゴリズムは，多くの研究結果が残されている．

4.2 組合せオークション

組合せオークションとは，入札の対象として単一の財に対してでなく，複数の財の組合せに対して入札が可能なオークションである [10]．組合せオークションには，すでに電子商取引で広く普及している単一財を対象としたオークションなどに置き換わる新たなオークションメカニズムとして，広く普及する可能性がある．Sandholm らによる例 [48] の他，米国 FCC による周波数帯域割り当てへの適用が検討された例も報告されている [14]．同時に，他の多くの複雑な組合せ最適化問題の近似にも適用できることが明らかにさ

---

†4 正の外部性がない（no positive externality）などの条件である [39]．直感的には，あるエージェント i がいなくなった場合に，その他のエージェント $-i$ の価値の合計が減ることはないという条件である．

†5 一方，エージェントは協力する仕組みを持つものとして実現するという協調的なアプローチもあある

れつつある．例えばチリの給食の配分効率化問題への適用事例が報告されている [16].

組合せオークションでは，勝者決定問題は次のように定義される [10]：入札者の集合を $N = 1, \ldots, n$, 財全体の集合を $M = \{1, \ldots, m\}$. $|M| = k$ とする．財のバンドル S は $S \subseteq M$ を満たす任意の集合である．ここで，$v_i(S)$ は，入札者 i によって財のバンドル S になされた入札の入札額を示す．すなわち $v_i(S)$ とは，その入札者 i が財のバンドル S に対して支払うことができる最大の金額を意味する．財の入札者へ割り当ては $x_i(S) \in \{0, 1\}$, で示し，$x_i(S) = 1$ のとき入札者 i が財のバンドル S を落札できたものとする．ここで，ある財の割り当て $x_i(S)$, が適している (feasible) とは，その財の割り当てが，ただ 1 人の入札者に対してのみ行われることであり，次のように表現できる：

$$\forall j \in M \quad \sum_{i \in N} \sum_{S \ni j} x_i(S) \leq 1 \qquad (18)$$

ここで，勝者決定問題とは，feasible な財の割り当て $X \ni x_i(S)$ に対して，その落札合計額を最大化する問題

$$\max_X \sum_{i \in N, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S) \qquad (19)$$

として表せる．

組合せオークションの勝者決定問題に対しては，最適解を高速に求めるアルゴリズムについての研究が進みつつある [45] [47] [18] [10] が，この問題は NP 困難であることが知られており [10]，特に入札数の増加に対して爆発的に計算が複雑になる．

また，近似アルゴリズムを使い，勝者決定問題に対して近似解を使った場合，VCG メカニズムの支配戦略誘因両立性が成立しないことも広く知られている．VCG メカニズムが支配戦略誘因両立になるためには，メカニズム自体がエージェントの真の申告をベースにして最適の割当て（代替案）を選択するという原理があった．もし，最適の割当て（代替案）が近似的なものであったら，真の申告が支配戦略ではなくなってしまう．特に Nisan ら [33] は計算量の観点から，$P = NP$ でない限り，支配戦略誘因両立な VCG メカニズムは合理的でないと主張している．ここで合理的とは，ある 1 つの財をある 1 つのエージェントが欲しがっているときに，その財がそのエージェントに割り当てられることである．

4.3 勝者決定問題の近似アルゴリズム

近似アルゴリズムに関する研究として，単純に組合せオークションの近似解を最適化する方向からのアプローチと，近似解をベースにして支配戦略誘因両立性を成立させようとするアプローチがある．まず，単純に近似解を最適化する方向からのアプロートして，Zurel と Nisan [57]，Hoos [21]，Guo [20]，福田 [61] が組合せオークションの高速な近似解法について提案を行っている．特に，Zurel らの手法は，初期解を求めてからそれを洗練するという 2 段階の方法をとっている．Zurel らの手法では初期解の探索に線形計画法の近似解法を用いている．一方福田らは，Greedy アルゴリズムの一つである Lehmann のアルゴリズム [30] に準じる範囲で，入札のソート順位を変更する因子である c の値を変更するアプローチを取っている．

Lehmann のアルゴリズム [30] は，グリーディアルゴリズムのため高速であるだけではなく，理論的にも近似解でありながら，支配戦略誘因両立メカニズムであることを証明している．ただし，ここでは，エージェントが一つのバンドルだけに興味がある，というシングルマインド（single-minded）の仮定をしている．Lehmann のアルゴリズム [30] では，Groves の支払額決定ルールと選択ルールを使わず，支配戦略誘因両立を満たすためのいくつかの公理として Exactness, Monotonicity, Critical, および Participation を挙げ，メカニズムがこれらを満たしていることを示している．特に Critical は，エージェントの支払額がその入札額に依存しないことを言っている．

Dahav ら [28] は，近似アルゴリズムが支配戦略誘因両立を成立させるためのいくつかの公理を示した．その中で最も重要な公理は，以下の式（20）で示される．すべての $\hat{\theta}_i \neq \theta_i, \hat{\theta}_i$, 及び θ_i に対して，

$$v_i(g(\theta_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\theta_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_j)$$
$$\geq v_i(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_i) + \sum_{j \neq i} v_j(g(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{-i}), \theta_j) \qquad (20)$$

式（20）からエージェントは解を改善する意味でしか

偽のタイプを申告しない．また式（20）から，支配戦略誘因両立性が成立するのは明らかである．

5 計算論的メカニズムデザイン：最近の話題

5.1 自動メカニズムデザイン（AMD）

古典的メカニズムデザインでは人手でメカニズムが設計されていた．自動メカニズムデザインは計算機によって自動的にメカニズムを設計するという試みである．自動メカニズムデザインよって，人間の負担を減らすことができ，より良い性質を持つメカニズムを得ることが期待できる．さらに，これまでの経済学での不可能性定理を回避できるようなメカニズムが自動生成されることが期待できる [7] [6].

自動メカニズムデザインは大規模な制約最適化問題に帰着される．そのため Conitzer ら [8] は，まず簡単なメカニズムを設計し段階的に（incremental）洗練化する方法を提案している．また，単一ステージメカニズムだけでなく多段階ステージのメカニズムのための自動メカニズムデザインも提案されている [46].

5.2 間接顕示競上げ式組合せオークション

組合せオークションの競上げ型のオークションについて研究が行われている．iBundle [38] [40] は，正直な入札戦略において効率的であるが，正直な入札戦略で均衡が得られることは示されていない．iBundle Extend & Adjust (iBEA) [41] は，iBundle が VCG メカニズムの結果を実現するように iBundle を拡張したオークションである．iBEA では，各ラウンドで勝者決定問題（組合せ最適化問題）を解く必要がある．論文 [27] では，架空名義入札に対して頑健な AOP と呼ばれる公開競上げ式複数財オークション（組合せではない）を提案している．Ausubel の公開競上げ式プロキシオークションでは，プレイヤが正直に入札するプロキシを使ったとき，結果がコアに収束することが示されているが，各ラウンドで収入の最適化などの最適化問題を解く必要があり計算コストが高い [1]. AM-MB に基づく公開競上げ式組合せオークション [26] は，勝者決定のための計算コストは小さく，正直な（Straightforward）入札が事後ナッシュ均衡となることが示されている．

5.3 検索連動型広告

検索連動型広告は，検索エンジンに対して検索キーワードが入力された際に，そのキーワードに対して金額を支払っている広告主の広告を，検索結果画面に表示するというネット広告の一つである．同じキーワードに多くの広告が集まる場合，キーワードが検索される度にオークションが実行され，金額やクリック率などに応じて広告が置かれる場所が決定される．Google の AdWords は，一般化第２価格オークション (Generalized Second Price Auction) と呼ばれる，Vickrey オークションに似た方式を，価格決定方式に用いていることは良く知られている [15]. 文献 [15] では，VCG メカニズムを用いた検索連動型広告のためのオークションを提案している．櫻井ら [62] は，広告を掲載する数を適切に調整することが可能な，VCG メカニズムに基づいた検索連動型広告オークションを提案している．

5.4 オンラインメカニズム

マルチエージェントシステムで扱う問題は，動的な環境下の問題が多い．良く挙げられる例としては，飛行機の座席チケットの販売や実時間のタスク割当てなどがある．オンラインメカニズムは動的な環境におけるメカニズムである．オンラインメカニズムデザイン（文献 [9]，文献 [34]，１６章）は，比較的新しい分野である．例えば，Parkes（文献 [34]，１６章）は，オンラインメカニズムは，過去に動的に明かされたタイプから決定をするようなメカニズムであると定義している．簡単な例を示す（文献 [34]，１６章）．エージェントが到着する時間を a_i，出発する時間を d_i，時間 $t \in [a_i, d_i]$ にある単一財が割り当てられることに対する評価値を v_i とする．エージェントのタイプ θ_i は，$\theta_i = (a_i, d_i, v_i)$ で表すことができる．

【単純なオンラインオークション】エージェントは到着した時に，そのタイプ θ_i を申告する．そして，各時間 t で，最も高い評価値を申告し，かつ，まだ財が割当てられていないエージェントに財を割り当てる．支払額はその中の２番目の評価値とする．

単純なオンラインオークションを使うと動的環境では多くの問題が生じる（文献 [34]，１６章より）．例

えば，ジェーンはアイスクリームを売っていて，１単位時間に１つ売る．アイスクリームは売れないと溶けてしまう．３名の買い手がいて，それぞれのタイプは $(1,2,100)$，$(1,2,80)$，及び $(2,2,60)$ とする．買い手１と買い手２は，期間１および期間２においてアイスクリームを買う意思があり，買い手３は期間２のみアイスクリームを買う意思がある．この場合，もしすべての買い手が正直ならば，期間１で買い手１が価格８０で落札し，期間２では買い手２が価格６０で落札する．しかし，例えば，買い手１は $(1,2,61)$ と虚偽のタイプを申告することで，期間１で買い手２が価格６１で落札し，期間２で買い手１が価格６０で落札することができる．これは正直に申告した場合より２０安い．その他にも，買い手１は $(2,2,80)$ と到着時間を遅らせて虚偽の申告することで，価格６０でアイスクリームを落札することもできる．

以上のような問題に対して，Parkes はオンラインメカニズムでは単純に顕示原理が成立しないことや，単一価値（Single valued）の仮定や単調的なオンラインの決定機構の仮定（Monotonic decision policy）をした上で，クリティカルバリュー（Critical value）を定義すれば，効率的で真実申告が最良なオークションを設計できることを示している．

また，Bergemann ら [2] は，事後ナッシュ均衡において，効率的かつ誘因両立的な Dynamic VCG を示している．ここでは，エージェントのタイプに関して，確率的なモデルを MDP で与えている．Cavallo [4] は，Dynamic VCG に対して，効率性や誘因両立性を保ちながら，収益（revenue）を各エージェントに再配分する方法を提案している．

5.5 相互依存価値

一般に，商取引やオークションにおいて，プレイヤ間の価値が相互に依存したような割当問題は多くみられる．例えば，ビンテージ物のワインをオークションにかける場合に，あるプレイヤは似たようなワインを試飲したことがあったり，あるプレイヤはそのワインの専門家による評価を知っていたり，または，あるプレイヤはそのワインについて全く知らなかったりする状況がある．以上の状況では，ワインの評価値がプレイヤ間で互いに依存することが想定できる．

論文 [22] では，Dasgupta and Maskin [11] に基づいて間接顕示メカニズムによる不確定入札に基づくメカニズムを設計し複数財の場合にも拡張した．特に以下の線形の評価関数（価値関数）を提案した．

$$b_i(v_{-i}) = v_{i0} + \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} v_j.$$

ここで，$v_{i0} \geq 0$ は他のプレイヤが 0 の価値を持つ時のプレイヤ i の個人的な価値を表す．$\alpha_{ij} \in [0,1)$ は，プレイヤ i によって他の入札者の価値に対して割当てられた重みを表す．概念的には，個人的な価値 v_{i0} は，**シグナル**†6であり，α-ウェイトは評価関数 $z = (z_1, \ldots, z_N)$ 間の関係の暗黙的な構造を表す．

Dash ら [13] は，Krishna [29] における複数同一財の効率的な直接顕示メカニズムを拡張し，複数の異なる財のメカニズムを提案している．論文 [22] で採用している Dasgupta and Maskin [11] のモデルと異なり，Dash ら [13] のモデルは，メカニズムが前もって各プレイヤの評価関数とシグナルの値域を知っている必要がある．プレイヤはそのシグナルをメカニズムに申告し，メカニズムは割当てと支払額を決定する．筆者らも過去に，複数財割当て問題に関して単一次元シグナルのモデルを提案している [23] [24] [25]．Dash ら [13] と異なり，論文 [23] [24] [25] に提案したメカニズムがプレイヤの評価関数を知る必要はない．しかし，論文 [23] [24] [25] は直接顕示メカニズムとして設計されている．ここでは，プレイヤは評価関数とシグナルの両方を入札する．プレイヤのシグナルを記述するための表現規則に関しては，すべてのプレイヤとメカニズムの共通知識である必要がある．論文 [23] [24] [25] の特徴は，問題に対して特別な構造を仮定している点である．つまり，相互依存性が非循環であると仮定している：「素人」の価値に影響を与える「専門家」が存在する．専門家の価値は，素人のシグナルには影響せず，素人同士はその価値が互いのシグナルに影響される．本仮定の元で，論文 [23] [24] [25] でのモデルでは，戦略的操作不可能なメカニズムの

†6 一般に，シグナルは評価値（価値）を構成する個人情報であり，前述の**タイプ**は評価値そのものを意味する場合が多い．**メッセージ**は必ずしも評価値を構成する必要はない．

存在を証明しており十分に一般的である．その他に２段階メカニズム[42] と，その他の競上げ価格式メカニズム（例えば，Krishna [29]）は Dasgupta and Maskin [11] と同じ問題意識でメカニズムとプレイヤが必要とする知識の制限を議論している．

5.6 架空名義不可能オークション

ネットワークでの電子メールなどを使った匿名詐欺を防ぐメカニズムの設計が行われている．Milgrom は VCG メカニズムにおける架空名義入札者の効用増加に関して指摘している[32]．VCG メカニズム において入札者は架空名義入札者を用いて利益を増加させることができる．詐欺者が入札者を増やし意図的に競争を仕掛け，それに加わった入札者の評価値（つまり，詐欺者がたてた入札者の評価値）が詐欺者の支払額に影響を及ぼす．

横尾ら[54] [56] は，組合せオークションにおいて架空名義入札者が与える影響に関して分析している．架空名義入札の問題を解決するために，横尾らは新規に架空名義入札に頑健なオークションプロトコルを設計した[53]．本プロトコルは，LDS(Leveled Division Set) プロトコルと呼ばれる．LDS プロトコルでは留保価格を適切に設定することで，財をバンドルで売るか分けて売るかの調整を行う．さらに IR(Iterative Reducing) プロトコルも提案されている[55]．IR プロトコルではエージェントが宣言した評価値に基づいてバンドルの組合せが自動的に決定される．

5.7 提携ゲーム，スキル，Shapley 値

協力ゲーム理論の中心的なテーマである提携ゲームにおけるシャープレイ値に関する研究が最近行われている．まず，シャープレイ値の計算量は，#P 完全であることが知られており，近似的な計算方法[17] [37] が多く提案されている．

横尾ら[52] は，ゲーム理論の協力ゲームにおける提携ゲームの枠組みをプレイヤのスキルという新しい性質を導入し拡張している．スキルを導入することでエージェントの技能やリソースを理論的に扱うことを可能にしている．また，これまでに，ネットワーク環境での特徴的な問題点として匿名操作があるが，匿名操作に対して頑健な匿名操作不可能コアという解概念を提唱している．また，入力となる特性関数に対する表記量を減少させるためのいくつかの簡略記法も提案していている[36]．その上で，論文[35] では，新しい解概念である匿名操作不可能シャープレイ値を提案している．匿名操作不可能シャープレイ値は，シャープレイ値に基づいており，大田らが前提として仮定した，パレート効率性，弱ヌルスキル公理，弱対称性，弱加法性，及び最良近似単調性の５つの公理を満たすことができる．シャープレイ値から求めることが可能なため，匿名操作不可能シャープレイ値自体の計算量および表記量は劇的に改善されている．

6 まとめ

本解説では，計算モデルとしてのマルチエージェントシステムの基礎理論の一つとして計算論的メカニズムデザインの基礎を概説した．計算論的メカニズムデザインは，古典的なメカニズムデザイン理論と計算機科学の両方の知識とテクニックを用いて，理論的に望ましく，かつ，実現可能なメカニズムを設計・構築していく分野である．理論研究が多いが，計算機科学の観点から電子市場や電子制度の実際的な設計や構築のためにも計算論的メカニズムデザインは注目を集めている．本稿で取り上げられなかったトピックは多くある．例えば，評判メカニズム，収益再配分メカニズム，分散メカニズムデザインなどがある．

古典的なメカニズムデザインの分野を勉強するためには，Mas-Collel [31] が良書である．ゲーム理論を勉強するためには，岡田[59] や鈴木[63] がある．ゲーム理論やオークション理論に関しては横尾[58] がある．社会選択理論を勉強するためのには，佐伯[60] が良い入門書である．計算論的メカニズムデザインの最新の成果を知るためには，AAMAS（自律エージェントとマルチエージェントに関する国際会議），ACM-EC（ACM 電子商取引に関する国際会議），及び AAAI（Association for the Advancement of Artificial Intelligence）などの国際会議がある．

謝辞 貴重なコメントを頂いた九州大学横尾真先生，静岡大学福田直樹先生，京都大学松原繁夫先生，および査読者の方々に感謝の意を表します．

参考文献

[1] Ausubel, L. M. and Milgrom, P.: Ascending Auctions with Package Bidding, *Frontiers of Theoretical Economics*, Vol. 1,No. 1(2002), pp. 40–47.

[2] Bergemann, D. and Valimaki, J.: Efficient Dynamic Auctions, 2006. Cowles Foundation Discussion Paper 1584.

[3] Borgs, C., Chayes, J., Immorlica, N., Mahdian, M., and Saberi, A.: Multi-unit auctions with budget-constrained bidders, *Proc. of the 6th ACM conference on Electronic commerce*, New York, NY, USA, ACM, 2005, pp. 44–51.

[4] Cavallo, R.: Efficiency and Redistribution in Dynamic Mechanism Design, *Proc. 9th ACM Conf. on Electronic Commerce (EC'08)*, 2008.

[5] Clarke, E. H.: Multipart Pricing of Public Goods, *Public Choice*, Vol. 11(1971), pp. 17–33.

[6] Conitzer, V. and Sandholm, T.: Automated Mechanism Design : Complexity Results Stemming from the Single-Agent Setting, *In Proc. of the International Conf. on Electronic Commerce (ICEC)*, 2002.

[7] Conitzer, V. and Sandholm, T.: Complexity of Mechanism Design, *In Proc. of the 18th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI)*, 2002.

[8] Conitzer, V. and Sandholm, T.: Incremental Mechanism Design, *In Proc. of the International Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 2007.

[9] Constantin, F., Ito, T., and Parkes, D. C.: Online Auctions for Bidders with Interdependent Values, *Proc. 6th International Joint Conf. on AutonomousAgents and Multiagent Systems (AAMAS'07)*, Honolulu, Hawaii, May 2007.

[10] Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R.: *Combinatorial Auctions*, The MIT Press, 2005.

[11] Dasgupta, P. and Maskin, E.: Efficient Auctions, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. CXV(2000), pp. 341–388.

[12] Dash, R. K., Jennings, N. R., and Parks, D. C.: Computational-Mechanism Design: A Call to Arms, *IEEE Intelligent Systems*, Vol. 18,No. 6(2003), pp. 40–47.

[13] Dash, R. K., Rogers, A., and Jennings, N. R.: A Mechanism for Multiple Goods and Interdependent Valuations, *Proc. 6th Int. Workshop on Agent-Mediated E-Commerce*, 2004, pp. 197–210.

[14] de Vries, S. and Vohra, R. V.: Combinatorial Auctions: A Survey, *International Trans. in Operational Research*, Vol. 15,No. 3(2003), pp. 284–309.

[15] Edelman, B., Ostrovsky, M., and Schwarz, M.: Internet Advertising and the Generalized Second Price Auction: Selling Billions of Dollars Worth of Keywords, *American Economic Review*, Vol. 97,No. 1(2007), pp. 40–47.

[16] Epstein, R., Henriquez, L., Catalan, J., Weintraub, G. Y., Martinez, C., and Espejo, F.: A Combinatorial Auction Improves School Meals in Chile : A Case of OR in Developing Counteries, *International Trans.s in Operational Research*, Vol. 11(2004), pp. 593–612.

[17] Fatima, S. S., Wooldridge, M., and Jennings, N. R.: A linear approximation method for the Shapley value, *Artificial Intelligence Journal*, Vol. 172,No. 14(2008), pp. 1673–1699.

[18] Fujishima, Y., Leyton-Brown, K., and Shoham, Y.: Taming the Computational Complexity of Combinatorial Auctions: Optimal and Approximate Approarches, *Proc. of the 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI99)*, 1999, pp. 548–553.

[19] Groves, T.: Incentives in Teams, *Econometrica*, Vol. 41,No. 4(1973), pp. 617–31.

[20] Guo, Y., Lim, A., Rodrigues, B., and Zhu, Y.: A Non-exact Approach and Experiment Studies on the Combinatorial Auction Problem, *Proc. of HICSS2005*, 2005.

[21] Hoos, H. H. and Boutilier, C.: Solving Combinatorial Auctions using Stochastic Local Search, *Proc. of the AAAI2000*, 2000.

[22] Ito, T. and Parkes, D.: Instantiating the Contingent Bids Model of Truthful Interdependent Value Auctions, *Proc. of the 5th International Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS06)*, 2006, pp. 1151–1158.

[23] Ito, T., Yokoo, M., and Matsubara, S.: Designing an Auction Protocol under Asymmetric Information on Nature's Selection, *Proc. of the 1st International Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS02)*, 2002, pp. 61–68.

[24] Ito, T., Yokoo, M., and Matsubara, S.: Towards a Combinatorial Auction Protocol among Experts and Amateurs: The Case of Single-Skilled Experts, *Proc. of the 2nd International Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS03)*, 2003, pp. 481–488.

[25] Ito, T., Yokoo, M., and Matsubara, S.: A Combinatorial Auction Protocol among Versatile Experts and Amateurs, *Proc. of the 3rd International Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS04)*, 2004, pp. 378–385.

[26] Ito, T., Yokoo, M., Matsubara, S., and Iwasaki, A.: A New Strategyproof Greedy-Allocation Combinatorial Auction Protocol and its Extension to Open Ascending Auction Protocol, *Proc. of the 20th National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI2005)*, 2005, pp. 261–266.

[27] Iwasaki, A., Yokoo, M., and Terada, K.: A Robust Open Ascending-price Multi-unit Auction Protocol agaist False-name Bids, *Decision Support Systems*, Vol. 39,No. 1(2005), pp. 23–39.

[28] Kfir-Dahav, N. E., Monderer, D., and Tennenholtz, M.: Mechanism Design for Resource Bounded Agents, *ICMAS*, 2000, pp. 309–316.

[29] Krishna, V.: *Auction Theory*, Academic Press, 2002.

[30] Lehmann, D., O'Callaghan, L. I., and Shoham, Y.: Truth revelation in rapid, approximately efficient combinatorial auctions, *Journal of the ACM*, Vol. 49(2002), pp. 577–602.

[31] Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 2nd edition, 1995.

[32] Milgrom, P.: *Putting Auction Theory to Work*, Cambridge University Press, 2004.

[33] Nisan, N. and Ronen, A.: Computationally Feasible VCG Mechanisms, *J. Artif. Intell. Res. (JAIR)*, Vol. 29(2007), pp. 19–47.

[34] Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., and Vazirani, V. V.: *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press, 2007.

[35] Ohta, N., Conitzer, V., Satoh, Y., Iwasaki, A., and Yokoo, M.: Anonymity-Proof Shapley Value: Extending Shapley Value for Coalitional Games in Open Environments, *Proc. of the 7th International Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS2008)*, 2008, pp. 927–934.

[36] Ohta, N., Iwasaki, A., Yokoo, M., Maruono, K., Conitzer, V., and Sandholm, T.: A Compact Representation Scheme for Coalitional Games in Open Anonymous Environments, *Proc. of the21st National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI)*, 2006, pp. 509–514.

[37] Owen, G.: Multilinear Extensions of Games, *Management Science*, Vol. 18,No. 5(1972), pp. 64–79.

[38] Parkes, D. C.: *i*Bundle: An Efficient Ascending price bundle auction, *Proc. of 1st ACM Conf. on Electronic Commerce (EC-99)*, 1999, pp. 148–157.

[39] Parkes, D. C.: Computational Mechanism Design, *Lecture notes of Tutorials at 10th Conf. on Theoretical Aspectsof Rationality and Knowledge (TARK-05), To appear.*, Institute of Mathematical Sciences, University of Singapore, 2008.

[40] Parkes, D. C. and Ungar, L. H.: Iterative Combinatorial Auctions: Theory and Practice, *Proc. of 17th National Conf. on Artif. Intell. (AAAI2000)*, 2000, pp. 74–81.

[41] Parkes, D. C. and Ungar, L. H.: An Ascending-Price Generalized Vickrey Auction, *The SITE Workshop on The Economics of the Internet*, 2002.

[42] Perry, M. and Reny, P. J.: An Efficient Auction, *Econometrica*, Vol. 70,No. 3(2002), pp. 1199–1212.

[43] Rosenschein, J. S. and Zlotkin, G.: *Rules of Encounter*, MIT Press, 1994.

[44] Sandholm, T.: An Implementation of the Contract Net Protocol Based on Marginal Cost Calculations, *AAAI*, 1993, pp. 256–262.

[45] Sandholm, T.: An Algorithm for Optimal Winnr Determination in Combinatorial Auctions, *Proc. of the 16th International Joint Conf. on Artificial Intelligence(IJCAI'99)*, 1999, pp. 542–547.

[46] Sandholm, T., Conitzer, V., and Boutilier, C.: Automated Design of Multistage Mechanisms, *In Proc. of the International Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 2007.

[47] Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., and Levine, D.: Winner Determination in Combinatorial Auction Generalizations, *Proc. of the 1st International Joint Conf. on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS02)*, 2002, pp. 69–76.

[48] Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A., and Levine, D.: CABOB: A Fast Optimal Algorithm for Winner Determination in Combinatorial Auctions, *Management Science*, Vol. 51,No. 3(2005), pp. 374–390.

[49] Varian, H. R.: Designing the Perfect Auction, *Communications of the ACM*, Vol. 51,No. 8(2008), pp. 9–11.

[50] Vickrey, W.: Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders, *The Journal of Finance*, Vol. 16,No. 1(1961), pp. 8–37.

[51] Wellman, M. P.: A Market-Oriented Programming Environment and its Application to Distributed Multicommodity Flow Problems, *J. Artif. Intell. Res. (JAIR)*, Vol. 1(1993), pp. 1–23.

[52] Yokoo, M., Conizer, V., Sandholm, T., Ohta, N., and Iwasaki, A.: Coalitional games in open anonymous environments, *Proc. of the 20th National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI)*, 2005, pp. 509–515.

[53] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Bundle Design in Robust Combinatorial Auction Protocol against False-name Bids, *IJCAI*, 2001, pp. 1095–1101.

[54] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Robust Combinatorial Auction Protocol Against False-Name Bids, *Artificial Intelligence*, Vol. 130,No. 2(2001), pp. 167–181.

[55] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: Robust Multi-unit Auction Protocol against False-name Bids, *IJCAI*, 2001, pp. 1089–1094.

[56] Yokoo, M., Sakurai, Y., and Matsubara, S.: The Effect of False-name Bids in Combinatorial Auctions: New Fraud in Internet Auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol. 46,No. 1(2004), pp. 174–188.

[57] Zurel, E. and Nisan, N.: An efficient approximate allocation algorithm for combinatorial auctions, *Proc. of the 3rd ACM Conf. on Electronic Commerce (EC2001)*, 2001, pp. 125–136.

[58] 横尾真: オークション理論の基礎, 東京電機大学出版局, 2006.

[59] 岡田章: ゲーム理論, 有斐閣, 1997.

[60] 佐伯胖: 決め方の論理ー社会的決定理論への招待, 東京大学出版, 1980.

[61] 福田直樹, 伊藤孝行: 短時間再割り当てを考慮した組み合わせオークション勝者決定の高速近似手法, コンピュータソフトウェア, Vol. 9,No. 1(2008), pp. 1–8.

[62] 櫻井祐子, 岩崎敦, 横尾真: 適切な掲載数を決定するキーワード広告オークションプロトコルの提案, コンピュータソフトウェア, Vol. 9,No. 1(2008), pp. 1–8.

[63] 鈴木光男: 新ゲーム理論, 勁草書房, 1994.